

西安交通大学研究生公共课最优控制 2020 试题

2020/06/23

一、(20 分) 简答题

1. 什么是开环控制？什么是闭环控制？在本课程所介绍的最优控制设计方法中，哪些属于开环控制，哪些属于闭环控制？你对开环和闭环控制有什么评价？
2. 深度强化学习是目前人工智能的核心方法之一，由于 AlphaGo 和 AlphaStar 的成功引起了广泛的关注，说明深度强化学习的基本原理以及其中深度神经网络的作用。

二、(30 分) 求解如下连续系统最优控制问题：

(1)

$$\begin{aligned} \min_u J &= qx^2(1) + \int_0^1 u^2 dt \\ \text{s.t. } \dot{x} &= -x + u, \quad x(0) = 1 \end{aligned}$$

其中， q 为给定的正数。试求 $\hat{u}(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 。

(2)

$$\begin{aligned} \min_u J &= t_f^\alpha + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \beta u^2 dt \\ \text{s.t. } \dot{x} &= u, \quad x(0) = 1, \quad x(t_f) = 0 \end{aligned}$$

其中， α 和 β 均为确定的常数。试求 t_f 、 $\hat{u}(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 的表达式，并求出当 $\alpha = \beta = 1$ 时三者的具体数值和表达式。

三、(15 分)

一堆火柴共 14 根，两个人依次从中取走 1 根或 4 根，取走最后一根火柴者获胜。应用动态规划方法分析先取火柴者总有策略可以胜出。

四、(15分)

推导有限时间离散 LQR 问题的反馈控制律

$$\min_{u(k)} J = \frac{1}{2} s x^2(k_f) + \sum_{k=k_0}^{k_f} \left[\frac{1}{2} q x^2(k) + \frac{1}{2} r u^2(k) \right]$$

$$\text{s.t. } x(k+1) = ax(k) + bu(k), \quad x(k_0) = x_0$$

其中, $s \geq 0$, $q \geq 0$, $r > 0$, 均为给定常数。

(可以采用离散系统最优控制方法或采用动态规划方法)

五、(20分) 试求解如下时间-燃料最优控制问题。已知线性定常系统的状态方程为:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t)$$

求满足约束条件 $|u(t)| \leq 1, \forall t \in [0, t_f]$ 的最优控制 $u^*(t)$, 使系统由任意初态 (x_{10}, x_{20}) 转移到状态空间原点 $(0,0)$, 且使如下性能指标最小。

$$\min_u J = \int_0^{t_f} (\rho + |u(t)|) dt$$

设末端时刻 t_f 自由, $\rho > 0$ 。

- 1) 试证明最优控制函数仅有六种可能序列: $\{+1\}, \{0,+1\}, \{-1,0,+1\}, \{-1\}, \{0,-1\}, \{+1,0,-1\}$ 。
- 2) 求出在相平面中的切换线方程, 并画图说明切换规律。