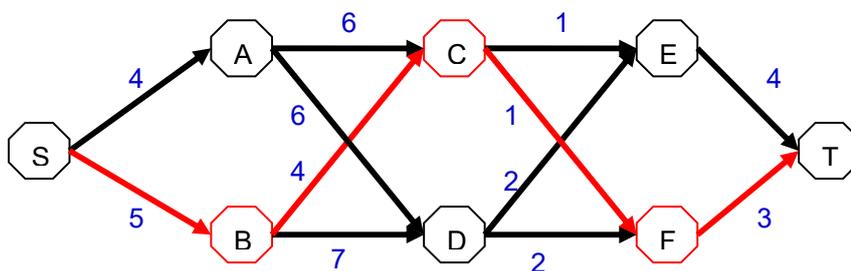


# 西安交通大学研究生公共课最优控制 2021 试题

2021/06/22

## 一、简答题 (20 分)

- 1) 试述为什么序优化方法对于高噪声场景具有较好的鲁棒性?
- 2) 经过简单计算可知下图的最优路径为  $S \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow T$ 。结合这一示例试解释动态规划的最优性原理及其特点。



## 二、计算题 (20 分)

设一质量为  $m$  的火箭作水平飞行, 用  $s(t)$  表示飞行距离, 其升力  $L$  与重力  $mg$  ( $g$  为重力加速度) 相平衡, 空气阻力  $R$  与火箭飞行速度  $v=ds/dt$  及升力  $L$  有以下关系:

$$R = av^2 + b_0 L^2$$

火箭飞行时, 随着推进剂的燃烧, 其质量不断减少。且火箭飞行时的推力为:

$$T = -c \frac{dm}{dt}$$

式中  $a > 0$ ,  $b_0 > 0$ ,  $c > 0$  均为常数。试求当飞行速度与质量满足怎样的关系时, 火箭飞行达到最大距离。

## 三、证明题 (20 分)

在讨论泛函求极值问题

$$\min_y J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x)) dx$$

时我们得到了极值存在的必要条件 Euler 方程

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0$$

请考虑如下问题:

- 1) 如果函数  $F$  不显含  $x$  和  $y$ , 即  $F(y')$ , 请证明总存在一个解是  $x$  的线性函数。
- 2) 如果函数  $F$  不显含  $x$ , 即  $F(y, y')$ , 请证明  $F - y'F_{y'} = \text{constant}$

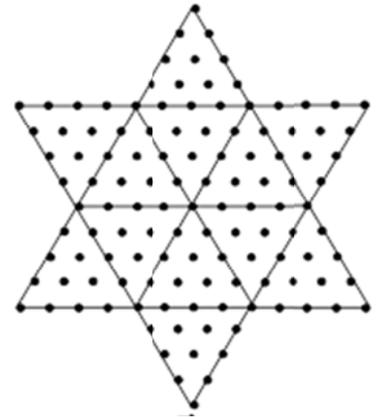
**四、求解如下的最优控制问题 (20 分):**

系统的状态方程为:  $\dot{x} = -x + u$ ,  $x(0) = 3$ , 计算最优控制函数和最优轨线, 在  $t=2$  时将系统转移到  $x(2)=0$  并使下列性能泛函达到最小值。

$$\min_u J = \int_0^2 (1 + u^2) dt$$

**五、(20 分)**

跳棋是一种可以由二至六人同时进行的棋, 棋盘为六角星形, 棋子分为六种颜色, 每种颜色 10 枚棋子, 每一位玩家使用跳棋一个角, 拥有一种颜色的棋子。跳棋的游戏规则: 棋子的移动可以一步步在有直线连接的相邻六个方向进行, 如果相邻位置上有任何方的一个棋子, 该位置直线方向下一个位置是空的, 则可以直接“跳”到该空位上, “跳”的过程中, 只要相同条件满足就可以连续进行。谁最先把正对面的阵地全部占领, 谁就取得胜利。



试用强化学习模型描述以上问题, 并列出一一种  $Q$  函数的估计策略及计算步骤。